# Test di Matematica

**Scienze Agrarie 21/01/2019**

COGNOME ........................ NOME ........................

MATRICOLA...

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

## Risposte

1)

2)

3)

4)

5)

**N.B.** Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

# Test di Matematica

**Scienze Agrarie 21/01/2019**

**1)** Calcolare $Inf$ e $Sup$ dell'insieme

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{2n-4}{n+1} \, , \, n \in \mathbb{N} \right\} .$$

**2)** La funzione

$$f(x) = \frac{x + \sin(x)}{5x - 2}$$

ha un asintoto orizzontale per $x \to +\infty$.
Calcolare l'equazione di tale asintoto.

**3)** Calcolare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

$$f(x) = x \log(x)$$

nel punto di ascissa $x_0 = 1$.

**4)** Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right) \sqrt{4 - x^2} \, .$$

**5)** Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \sqrt{x} \log(x) \, dx \, .$$

# Soluzione

**1)** Analizzando i primi elementi dell'insieme ed il limite $\lim_{n\to+\infty} \frac{2n-4}{n+1} = 2$, si intuisce che $\boxed{Inf(A) = -1}$ (è anche il minimo essendo un elemento dell'insieme) e $\boxed{Sup(A) = 2}$. I due valori indicato soddisfano, rispettivamente, le definizione di $Inf$ $(Min)$ e $Sup$ dell'insieme $A$.

**2)** Essendo

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{1}{5}\,,$$

l'asintoto orizzontale ha equazione $\boxed{y = \frac{1}{5}}$

**3)** Si ha $f(1) = 0$, $f'(x) = 1 + \log(x)$, $f'(1) = 1$ e quindi la retta tangente cercata ha equazione

$$y - 0 = 1 \cdot (x - 1) \qquad \Longrightarrow \qquad \boxed{y = x - 1}\,.$$

**4)** L'insieme di definizione $D$ è dato dai numeri reali per i quali sono soddisfatte le condizione $x \neq 0$ e $4 - x^2 \geq 0$. Ne segue

$$\boxed{D = [-2, 0) \cup (0, 2]}$$

**5)** Integrando per parti si ha

$$\begin{aligned}\int \sqrt{x}\log(x)\,dx &= \frac{2}{3}x^{3/2}\log(x) - \frac{2}{3}\int \sqrt{x}\,dx \\ &= \boxed{\tfrac{2}{3}x^{3/2}\log(x) - \tfrac{4}{9}x^{3/2} + C}\,.\end{aligned}$$